

UHPC 包覆補強工程案例： 台南市大南門碑林

顏誠皜 / 國立成功大學土木工程學系 研究助理

施忠賢 / 台南市結構工程技師公會 理事長

林子傑 / 施忠賢結構技師事務所 工程師

賴昱志 / 施忠賢結構技師事務所 工程師

胡福堯 / 萬固科技實業有限公司 工程師

黃柏鈞 / 國立成功大學土木工程學系 博士生

洪崇展 / 國立成功大學土木工程學系 特聘教授

前言

大南門碑林為臺灣第一座碑林，其建築物為地上一層之鋼筋混凝土構造，結構系統主要由圓柱與矩形梁組成。除自重外，主要承受屋頂上方傳統屋瓦之重量。臺灣於 111 年 9 月 18 日發生規模 6.8 有感地震，造成大南門碑林結構中圓柱產生明顯裂縫，大多數裂縫於柱兩端發生，研判裂縫成因為柱兩端抗彎能力不足，屬典型撓曲裂縫。本案先以臺灣結構耐震評估側推分析法（TEASPA3.0）分析現況標之物之容量曲線，結果顯示標之物之耐震容量與需求比值（Capacity to Demand Ratio，簡稱 CDR）僅 0.63，因此需要進行建築物耐震補強。

本案利用超高性能混凝土（Ultra-high performance concrete，簡稱 UHPC）針對圓柱進行包覆補強，此外，補強分析依據 TEASPA3.0，並使用國內自主開發之電腦輔助分析開放軟體 UltraRetro（Ultra High Performance Concrete Retrofitting Design Studio），獲得 UHPC 補強後的容量曲線，經補強後標之物 CDR 為 1.10。由分析結果

可知，UHPC 包覆補強工法能有效提升既有建築物之耐震能力，相較於傳統補強工法更能有效減少施工作業空間與保持建物原貌。

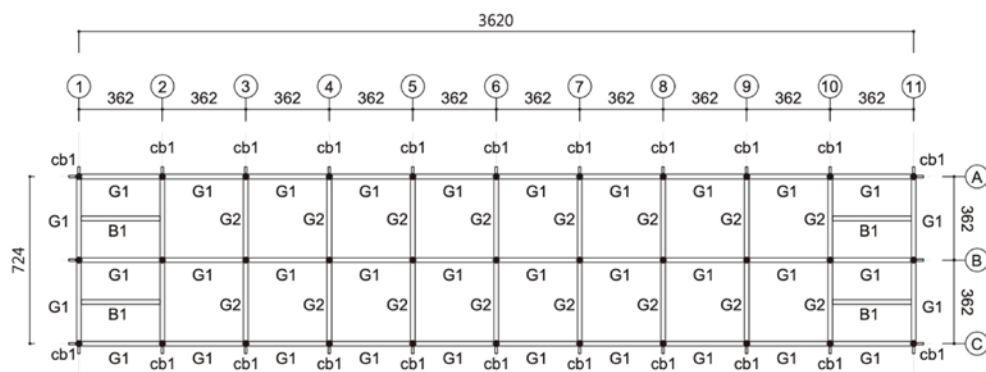
建築概述與損壞情形

大南門碑林亭主要蒐集並陳列台南各處之古碑（如圖 1(a)），為臺灣歷史建築百景之一，其不僅為台灣第一座碑林更是目前國內石碑數量最多的地方，目前存放六十二件古碑，其中有八件為古物類之文化資產，具有珍貴的歷史價值。

其主體結構為地上一層之鋼筋混凝土構造，結構系統主要由圓柱與矩形梁組成（如圖 1(b)），短向有兩跨而長向為十跨，跨度皆為 362 公分，短向與長向尺寸分別為 724 與 3,620 公分，其中圓柱長 370 公分，直徑 26 公分，構架中長向主梁（G1）為寬 20 公分深 70 公分，短向主梁（G2）為寬 20 公分深 45 公分，於長向前後一跨有配置小梁（B1），其寬為 20 公分深 45 公分，構架之屋頂版厚為 10 公分，此外原構架設有懸臂梁（cb1），其



(a) 大南門碑林外觀圖



(b) 結構平面配置 (單位: 公分)

圖 1 大南門碑林原況

寬為 10 公分深 20 公分。在主梁下方與圓柱相交處有設計一特殊構件稱為雀替。

除自重外，構架主要承受屋頂上方傳統瓦之重量。因標的物無法取得原始圖說，為

了解既有柱之結構，選擇一支圓柱進行調查（如圖 2），調查結果顯示鋼筋保護層約 5 cm，主筋為八支 D16（#5）之竹節鋼筋，箍筋為 D10（#3）之竹節鋼筋。



(a) 5cm 保護層



(b) D16 主筋



(c) D10 箍筋

圖 2 既有柱調查結果

臺灣於 111 年 9 月 18 日發生規模 6.8 之地震，造成既有柱產生數條明顯水平裂縫。經勘查，大多數裂縫於柱兩端發生，研判裂縫成為柱兩端抗彎能力不足，屬典型撓曲裂縫（如圖 3），此外柱兩端亦出現混凝土剝落。

超高性能混凝土（UHPC）工法與耐震能力側推結果

超高性能混凝土（UHPC）

UHPC 為一種水泥基質複合材料，其由高比例膠結材料與短纖維所組成，膠結材料包含水泥、水淬爐石粉、飛灰與矽灰等，且為達到更高的堆積密度，捨去或減少使用粗粒料，改由石英砂或細砂，並利用堆積密度理論最佳化粒料之堆積性^[1-3]，此外，除了提高膠結材料與最佳堆積密度設計法，UHPC 會添加短纖維以提升抗拉、抗裂與延展性，短纖維種類可為鋼纖維、聚乙烯醇纖維（PVA）、聚丙烯纖維（PP）、聚乙烯纖維（PE）或碳纖維等，一般而言，UHPC 之水膠比界於 0.15 與 0.25^[4]。相較於一般混

土，UHPC 抗壓強度可提升至 $1,200 \text{ kgf/cm}^2$ 以上，抗拉與抗彎強度可達到 50 kgf/cm^2 與 150 kgf/cm^2 以上^[3, 5-12]，此外，由於 UHPC 之緻密配比與短纖維之添加，UHPC 之極限拉力強度應大於第一個裂縫發生時之強度，稱為擬應變硬化行為（Pseudo-strain hardening）^[13-15]，此外，破壞應伴隨寬度如髮絲紋之多重裂縫，其極限拉應變可達 6%，約為一般混凝土之一百倍以上。提高開裂與抗拉強度亦提升 UHPC 抗衝擊、韌性及能量消散能力，相比一般混凝土，能量消散能力可增加 50 至 100 倍^[4]。

UHPC 不僅在力學性質層面嶄露優勢，其另一大優點在於出色之耐久性，原因為 UHPC 材料的基體緻密、微觀孔隙不連續、以及良好分散之微裂紋^[4]。Sohail 等人^[16]指出 UHPC 之孔隙率約為 1.43%，而高性能混凝土（HPC）與一般混凝土（NSC）分別為 2.65% 與 5.5%；快速氯離子穿透試驗結果顯示 UHPC 僅有 48 庫侖，而 HPC 與 NSC 分別為 129 與 5148 庫侖。Schmidt 與 Fehling



圖 3 既有柱損壞樣態

^[17] 指出暴露在二氧化碳環境三年後，UHPC 中性化深度僅為 1.5 mm，而 HPC 與 NSC 分別為其 2.5 與 4.5 倍。Valcuende 等人 ^[18] 研究暴露於氯化物溶液中 UHPC 與 NSC 內鋼筋之腐蝕速率，結果指出 UHPC 之平均腐蝕密度 (i_{CORR}) 為 0.007 至 0.025 $\mu A/cm^2$ ，而腐蝕速率 (V_{CORR}) 為 0.08 至 0.29 $\mu m/年$ ，而 NSC 約為 UHPC 之 12 倍以上，根據歐洲規範 (UNE 112072 : 2011) 與 ASTM STP 1065，UHPC 展現出可忽略腐蝕之數值 ($i_{CORR} \leq 0.1 \mu A/cm^2$ 或 $V_{CORR} \leq 1.16 \mu m/年$)。Lee 等人 ^[19] 利用 ASTM C131 試驗抗磨蝕能力，結果指出在 1,000 次循環後 UHPC 之質量損失約為 8%，而相對應之 HPC 與 NSC 為 33% 與 67%。有鑑於此，UHPC 對多種有害氣液體、氯化物侵蝕、霜凍作用、凍融循環、磨蝕具有更高的抵抗力，主因為 UHPC 具備高密度之水化產物（如 C-S-H 膠體）以及提高基質與粒料之間的過渡區。相較一般混凝土，根據黃皇川 ^[20] 利用電阻抗試驗，結果顯示 UHPC 於齡期 120 天時可達到 700 $k\Omega \cdot cm$ 以上，為傳統抗滲混凝土之十倍以上，根據 AASHTO TP 95 之定義可歸類為不受侵蝕之等級。

綜合上述之優勢，UHPC 於國內外有許多學者針對其應用於補強做了深入之研究 ^[21,22]，Yuan 等人 ^[22] 研究利用 UHPC 包覆補強 RC 橋柱，結果顯示，相較於 RC 柱展現出之大面積破壞與剝落，UHPC 包覆補強後展現出漸進式破壞，其荷載衰減率比 RC 橋柱減少 10.6% 與 22.7%，此歸因於 UHPC 中隨機分佈的鋼纖維展現之裂紋橋接能力，文中更進一步指出，考慮到 UHPC 的優越耐久性，UHPC 包覆補強之橋墩能在地震區與沿海地區發揮其優勢。Zhang 等人 ^[23] 指出

利用 UHPC 包覆補強受地震損壞之 RC 橋柱，與未損壞之控制組相比初始剛度相近，而強度提升 16.2% 且在位移比 4% 下提升 18.9% 之耗能容量。Farzad 等人 ^[24] 利用 UHPC 補強圓形橋柱，實驗證實藉由鋼纖維限制住混凝土的裂縫發展，從而在大應變下保持更佳的材料完整性，由原來的脆性剝落轉為漸進式破壞，此外，UHPC 的補強方案在側向強度、變形、能量耗散能力與勁度衰退方面相當有效。

Huang 等人 ^[25] 研究 UHPC 包覆 RC 梁補強，研究指出相較 CFRP，UHPC 之彈性模數與柏松比更接近，因此補強層與既有梁能展現更良好的相容性，除此之外，CFRP 包覆補強之梁均受非韌性之剪力破壞控制，而 UHPC 包覆補強使破壞模式由具韌性之撓曲破壞控制，韌性相較於 CFRP 包覆提升 1.6 倍，且 CFRP 補強的價格比 UHPC 高 2 ~ 4 倍。Hsiao 等人 ^[26] 開發一種新型 UHPC 斜撐工法用以補強 RC 構架之耐震性能，實驗結果顯示柱中橫向鋼筋之應變需求降低，判斷負責抵抗側向力之構件從 RC 柱轉換成 UHPC 斜撐，在拉伸與壓縮強度上顯著提高 50% 與 300%，且能量消散增強 1 倍，表明加裝 UHPC 斜撐能吸收地震產生的能量，從而減少對結構其他部分的需求並減輕損壞。蕭信睿 ^[27] 利用 UHPC 包覆補強非耐震設計之梁柱接頭，結果顯示由具鋼筋網之 UHPC 包覆補強後，整體消能提升 140%，剪力強度提升 66%，且成功延緩接頭之局部剪力破壞。Shao 等人 ^[28] 研究了 UHPC 包覆補強大型鋼筋混凝土柱之性能，試驗結果表明，補強後使非韌性柱之側向強度與位移能力分別提高了 40% 與 30% 以上。此外，Hung 等人 ^[29] 透過實驗評估場鑄與預鑄 UHPC 包覆補強

用於強化剪力強度不足的 RC 柱，結果顯示裝設鋼筋網之 UHPC 包覆補強可提升抗剪、裂紋控制與圍束能力，側向強度提高 50%，亦將低軸壓比（0.11）柱之位移能力從 2% 提高至 5%。Yin 等人^[30]利用 UHPC 補強混凝土版，實驗指出隨著 UHPC 補強層厚度增加，可將脆性對角剪切破壞轉變為更具延性的撓曲破壞模式。

國際上應用 UHPC 已相當成熟，針對其材料與設計規範已相當完備，包含 ASTM、FHWA^[31]、AASHTO^[32] 以及 ACI^[4]，國家地震工程研究中心也已著手編撰 UHPC 包覆補強與磚牆補強的相關手冊，這些完整的規範可提供國內工程師使用 UHPC 時之依循。

UHPC 包覆補強工法

如圖 4 所示，本案規劃於既有圓柱兩端 100 公分處，採取保留核心混凝土之包覆補強，利用特製之圓柱鋼模並採用低壓灌漿的方式進行補強，此外，柱端則增設 3 組 D10 箍筋，以提升其抗剪強度。UHPC 之設計抗壓與抗拉強度分別為 1,200 kgf/cm² 與 50 kgf/cm²，且內部添加聚合物纖維。

補強工程施工步驟說明：

1. 架設臨時支撐及打除範圍放樣，將欲打除範圍清楚標示後，先以砂輪機沿柱周切割，避免打除時破壞到非補強範圍（如圖 5a）。
2. 打除時避免傷及鋼筋，打除後發現原柱箍筋間距未綁固，且大多已錯位（如圖 5b），錯位的原箍筋依設計間距重新綁紮，於端部增設 3 組 D10 箍筋（如圖 5c）。
3. 鋼筋除鏽後，塗佈轉化劑並於每組箍筋之交疊處點焊增加其搭接強度（如圖 5d）。

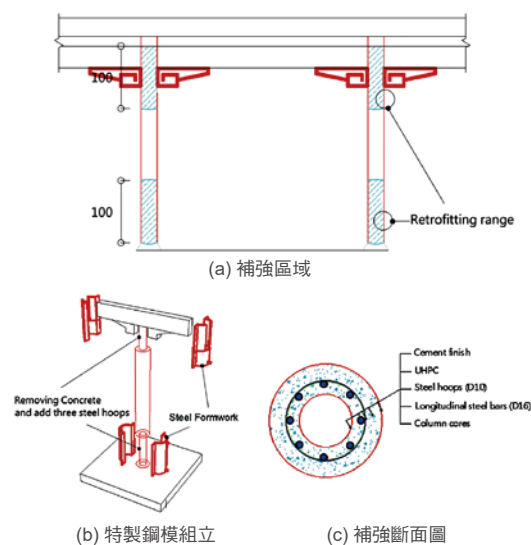


圖 4 補強設計圖（單位：公分）

4. 鋼模組立後於鋼模頂部塗佈曲折泥，避免灌漿時由間隙中流出。組立完成後設置灌漿口、溢漿口及特製振動器，振動器作用主要為排除灌漿時多於空氣（如圖 5e）。
5. UHPC 拌合並利用低壓灌漿澆置（如圖 5f 與圖 5g）。

耐震能力側推評估

本案採用側推分析（Pushover Analysis），原況之塑鉸與性能點計算使用國震中心開發之 TEASPA3.0 輔助程式，並以 ETABS 進行本案標的建物之非線性側推分析，從而獲得建築物之容量曲線，再將建築物之容量曲線轉換為最大地表加速度（PGA），以求得性能目標地表加速度。

本案混凝土材料強度因年代久遠無法取得原設計圖說，因此依據標的物興建年代，混凝土抗壓強度保守採用 160 kgf/cm²，而鋼筋抗拉強度保守取 2,400 kgf/cm²。結構分析步驟如下：

1. 建築物樓層活載重：根據建築物設計規



圖 5 UHPC 包覆補強施工

範，該建築物屋頂版為無用途，活載重採 60 kgf/m^2 。於側推分析時垂直載重除考慮靜載外，亦考慮活載重的一半進行分析。

2. 位移監控點採用質心位置：本案依國震中心建議，採屋頂質心作為位移監控點。
3. 不考慮意外扭矩與扭矩動態放大係數：根據國震中心出版之校舍結構耐震評估與補強技術手冊第三版規定，當於具扭轉不規則校舍結構，進行耐震能力詳細評估時，當符合 (1) 明確計算各樓層質心之位置；(2) 以屋頂層質心作為位移之監控點；(3) 各樓層側力之合力通過該樓層之質心；(4) 依據側推方向之主控模態，設定側力之豎向分配時，則不必考慮意外扭矩及扭矩動態放大效應。
4. 建築物分析階段之水平側推力，係質量乘以主控模態振幅之比例分配，並以逐步增加其側向力，而以總樓層高度之 2%，作為分析時屋頂之最大控制變位量。另依建築物模型分析數值，取用強度準則及位移準則（樓層層間變位不超過該樓層高度之 2%）兩者之較小值，作為該建築物之最終性能目標地表加速度。

因標的物未取得鑽探地質報告，故保守採用第三類地盤（軟弱地盤）進行分析。依據 2023 年 10 月臺灣新修訂之耐震設計規範，計算得標的物耐震合格標準為 $A_T =$

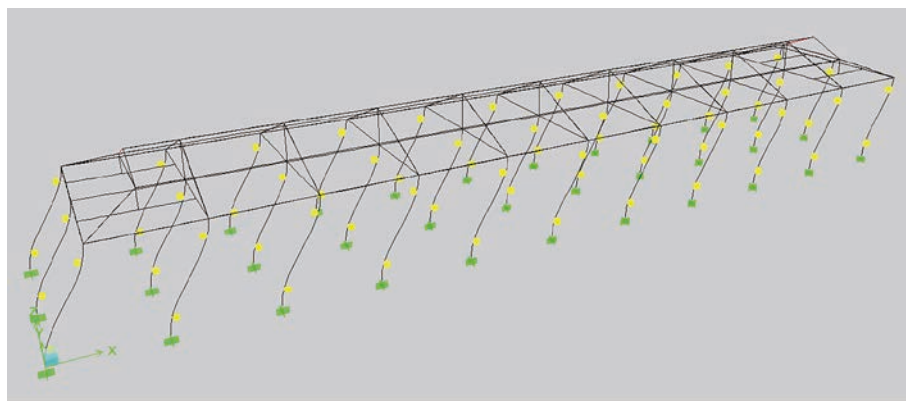


圖 6 性能點塑鉸發展

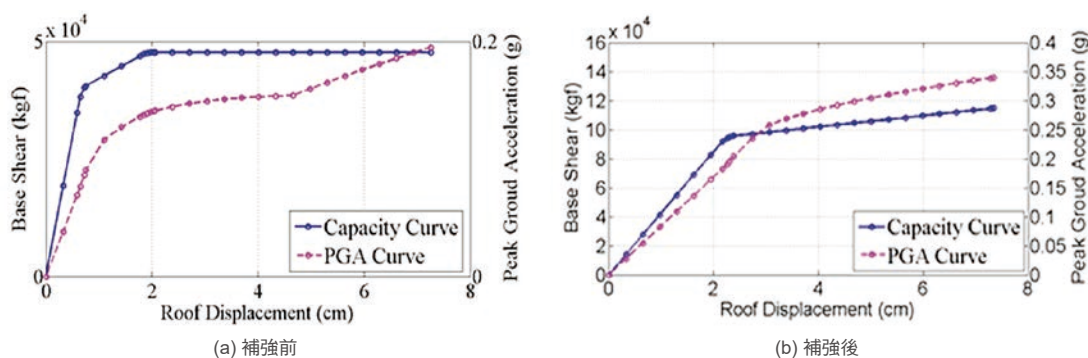


圖 7 基底剪力與 PGA 圖

表 1 標的物耐震能力評估結果

項目	基底剪力 V (tf)	屋頂位移 (cm)	A_T (g)	A_P (g)	CDR (A_P/A_T)
補強前	48	7.26	0.308	0.195	0.633
補強後	115	7.35	0.308	0.340	1.104

0.308g (用途係數 $I = 1.0$)。分析模型於性能點發生時，於所有柱兩端產生撓曲塑鉸 (如圖 6)，於與現勘研判結果相符。評估結果 (如表 1) 標的物原況耐震能力 $A_P = 0.195$ ，本案合格標準為 $A_T = 0.308$ g，CDR (A_P/A_T) 僅 0.633，需進行結構補強，且最主要補強範圍為柱上下兩端。

本案採用國內自主開發之電腦輔助分析開放軟體 UltraRetro，UltraRetro 可有效模擬 UHPC 包覆補強柱之非線性行為，本軟體依據 Hung 等人^[29]、Shao 等人^[28] 及黃丞毅^[33] 之研究成果建立而成，其中 UHPC 材料組成律採用 Hung 與 El-Tawil^[34] 建立之高性能纖維混凝土模型，而一般混凝土組成率使用 Mander^[35] 之無圍束混凝土模型，此外，包覆補強柱之側向強度採用 ACI318-19 規範與 Hung 等人^[29] 及 Shao 等人^[28] 建立之公式，由於實驗證實非韌性 RC 柱利用 UHPC 包覆補強後，可將非韌性之剪力破壞轉換成具韌性之撓曲破壞，因此在塑鉸設定上，不考慮剪力塑鉸，僅考量柱兩端之彎矩塑鉸。為方便國內技師分析

使用，建立出之側力位移曲線透過正規化之參數 (Scale Factor，簡稱 SF) 轉換成市面常用分析程式之塑鉸性質控制點。本案利用 UltraRetro 建立補強後之彎矩塑鉸並自動匯入 ETABS 中，再次進行補強後側推分析，分析結果顯示於補強後耐震能力提升至 $A_P = 0.340$ g，約增加 74%，且 CDR 提升至 1.10，大幅提升耐震強度 (如圖 7b)。

結論

本案採用之 UHPC 包覆補強工法能有效提升既有建築物之耐震能力，相較於傳統補強工法 (如混凝土、鋼板或 FRP 包覆擴柱工法) 更能有效減少施工作業空間、保持建物原貌及提升耐久性，此工法為臺灣首次實際應用 UHPC 於早期鋼筋混凝土圓形柱之耐震補強案例，期望藉由此案之成功應用，未來能提供業界另一種補強工法之選擇。本案主要結論如下：

1. 標的物補強前 $A_P = 0.195$ g，使用 UHPC 補強後提升至 $A_P = 0.340$ g，基底剪力由 48 tf 提升至 115 tf，CDR 由 0.633 提升至

1.10，已符合現今耐震法規。

2. 利用 UHPC 作為柱包覆補強，可在有限度增加柱斷面下，大幅提升柱之耐震性能，此外，UHPC 之抗裂與耐久性優勢可延長補強後柱之使用年限，避免混凝土之劣化。
3. 本案成功利用國內自主開發之 UHPC 分析軟體 UltraRetro，並應用於實際案例分析。

參考文獻

1. Yin T, Yu R, Liu K, Wang Z, Fan D, Wang S et al., Precise mix-design of Ultra-High Performance Concrete (UHPC) based on physicochemical packing method: From the perspective of cement hydration. *Construction and Building Materials*. 2022, 352, 128944.
2. Wang X, Yu R, Song Q, Shui Z, Liu Z, Wu S et al., Optimized design of ultra-high performance concrete (UHPC) with a high wet packing density. *Cement and Concrete Research*. 2019, 126, 105921.
3. Hung C-C, El-Tawil S, and Chao S-H., A Review of Developments and Challenges for UHPC in Structural Engineering: Behavior, Analysis, and Design. *Journal of Structural Engineering*. 2021, 147, 03121001.
4. ACI Committee 239. Ultra-high-performance Concrete: An Emerging Technology Report (ACI 239R-18). American Concrete Institute, 2018.
5. Hung CC, Yuen TY, Huang CW, and Yen CH., Tension lap splices in UHPC beams: Influence of rebar size, steel fibers, splice length, and coarse aggregate. *Journal of Building Engineering*. 2022, 55, 104716.
6. Hung C-C, Li H, and Chen H-C., High-strength steel reinforced squat UHPFRC shear walls: cyclic behavior and design implications. *Engineering Structures*. 2017, 141, 59-74.
7. Hung C-C, Lee H-S, and Chan SN., Tension-stiffening effect in steel-reinforced UHPC composites: Constitutive model and effects of steel fibers, loading patterns, and rebar sizes. *Composites Part B: Engineering*. 2019, 158, 269-78.
8. Hung C-C, and Chueh C-Y., Cyclic behavior of UHPFRC flexural members reinforced with high-strength steel rebar. *Engineering Structures*. 2016, 122, 108-20.
9. Hung C-C, and Hu F-Y., Behavior of high-strength concrete slender columns strengthened with steel fibers under concentric axial loading. *Construction and Building Materials*. 2018, 175, 422-33.
10. Hung C-C, Hu F-Y, and Yen C-H., Behavior of slender UHPC columns under eccentric loading. *Engineering Structures*. 2018, 174, 701-11.
11. Hung C-C, Wen K-W, and Chen Y-T., Impact of fine fillers on flowability, fiber dispersion, strength, and tensile strain hardening of UHPC. *Advances in Concrete Construction*. 2023, 15, 405.
12. Hung C-C, Chen Y-T, and Yen C-H., Workability, fiber distribution, and mechanical properties of UHPC with hooked end steel macro-fibers. *Construction and Building Materials*. 2020, 260, 119944.
13. Hung C-C, and Chen Y-S., Innovative ECC jacketing for retrofitting shear-deficient RC members. *Construction and building materials*. 2016, 111, 408-18.
14. Hung C-C, Hsiao H-J, Shao Y, and Yen C-H., A comparative study on the seismic performance of RC beam-column joints retrofitted by ECC, FRP, and concrete jacketing methods. *Journal of Building Engineering*. 2023, 64, 105691.
15. 袁宇秉、洪崇展，應用高韌性纖維混凝土（ECC）邁向永續基礎設施工程，中國土木水利工程學刊，2020，32，713-20。
16. Sohail MG, Kahraman R, Al Nuaimi N, Gencturk B, and Alnahhal W., Durability characteristics of

- high and ultra-high performance concretes. *Journal of Building Engineering*. 2021, 33, 101669.
17. Schmidt M, and Fehling E., Ultra-high-performance concrete: research, development and application in Europe. *ACI Spec Publ*. 2005, 228, 51-78.
 18. Valcuende M, Lliso-Ferrando JR, Ramón-Zamora JE, and Soto J., Corrosion resistance of ultra-high performance fibre-reinforced concrete. *Construction and Building Materials*. 2021, 306, 124914.
 19. Lee M-G, Wang Y-C, and Chiu C-T., A preliminary study of reactive powder concrete as a new repair material. *Construction and building materials*. 2007, 21, 182-9.
 20. 黃皇川，超高性能混凝土抗壓性質與耐久性隨齡期之變化關係，國立成功大學碩士論文，洪崇展指導（2019）。
 21. Lin T-H, Chang C-T, Yang B-H, Hung C-C, and Wen K-W., AI-powered shotcrete robot for enhancing structural integrity using ultra-high performance concrete and visual recognition. *Automation in Construction*. 2023, 155, 105038.
 22. Yuan W, Wang X, Guo A, Li C, Dong Z, and Wu X., Cyclic performance of RC bridge piers retrofitted with UHPC jackets: Experimental investigation. *Engineering Structures*. 2022, 259, 114139.
 23. Zhang K, Jia J, Bai Y, Bai T, Yang K, and Li Y., Design and seismic performance of precast segmental bridge columns repaired with UHPC jacket after earthquake-induced damage. *Engineering Structures*. 2023, 291, 116442.
 24. Farzad M, Shafieifar M, and Azizinamini A., Retrofitting of bridge columns using UHPC. *Journal of Bridge Engineering*. 2019, 24, 04019121.
 25. Huang Y, Lee M-G, Kan Y-C, Wang W-C, Wang Y-C, and Pan W-B., Reinforced concrete beams retrofitted with UHPC or CFRP. *Case Studies in Construction Materials*. 2022, 17, e01507.
 26. Hsiao P-C, Chou S-C, and Hung C-C., A novel seismic strengthening method for RC frames: Precast ultra-high performance concrete braces. *Journal of Building Engineering*. 2023, 71, 106592.
 27. 蕭信睿，超高性能纖維混凝土於梁柱接頭耐震補強之效用，國立成功大學碩士論文，洪崇展指導（2020）。
 28. Shao Y, Kuo C-W, and Hung C-C., Seismic performance of full-scale UHPC-jacket-strengthened RC columns under high axial loads. *Engineering Structures*. 2021, 243, 112657.
 29. Hung C-C, Kuo C-W, and Shao Y., Cast-in-place and prefabricated UHPC jackets for retrofitting shear-deficient RC columns with different axial load levels. *Journal of Building Engineering*. 2021, 44, 103305.
 30. Yin H, Teo W, and Shirai K., Experimental investigation on the behaviour of reinforced concrete slabs strengthened with ultra-high performance concrete. *Construction and Building Materials*. 2017, 155, 463-74.
 31. Haber ZB, Foden A, McDonagh M, Ocel JM, Zmetra K, and Graybeal BA., Design and Construction of UHPC-Based Bridge Preservation and Repair Solutions. United States. Federal Highway Administration. Office of Infrastructure ..., 2022.
 32. AASHTO A., AASHTO LRFD Guide Specifications for Accelerated Bridge Construction. Washington, DC: American Association of State Highway and Transportation ..., 2018.
 33. 黃丞毅，超高性能混凝土（UHPC）預鑄版於RC柱之耐震補強，國立成功大學碩士論文，洪崇展指導（2021）。
 34. Hung C-C, and El-Tawil S., Hybrid Rotating/Fixed-Crack Model for High-Performance Fiber-Reinforced Cementitious Composites. *ACI Materials Journal*. 2010, 107.
 35. Mander JB. Seismic design of bridge piers. 1983. 